

# Doppelbrechung in Rubin-Laserkristallen mit angeschliffenen 90°-Prismen

FRANZ HILLENKAMP

Physikalisch-Technische Abteilung der Gesellschaft für Strahlenforschung mbH, München  
(Z. Naturforsch. 22 a, 1127–1130 [1967]; eingegangen am 19. April 1967)

*Herrn Prof. Dr. H. SCHREIBER, Direktor des Instituts für Strahlenforschung der Universität Kiel,  
zu seinem 65. Geburtstag gewidmet*

Abhängig von der Orientierung der Prismenkante zur optischen Achse und zur Zylinderachse treten bei Rubin-Lasern mit angeschliffenen 90°-Prismen außerordentliche Strahlen auf. An Hand von Fern- und Nahfeldern zweier Kristalle wird die Abhängigkeit der außerordentlichen Strahlen von der Orientierung des Prismas gezeigt und die zugehörige Intensität berechnet.

Beim Aufbau von Laser-Resonatoren des ebenen FABRY-PEROT-Typs wird häufig der voll reflektierende Spiegel durch ein 90°-Prisma ersetzt. Zur Vermeidung unerwünschter Justierarbeit eines Außenprismas wird in vielen Fällen der Weg beschritten, ein 90°-Prisma direkt an den Rubin-Stab anzuschleifen. Im folgenden wird gezeigt, daß, bedingt durch die Doppelbrechung des Rubins, bei den Totalreflexionen außerordentliche Strahlen auftreten, die die Verstärkung des Lasers vermindern und die Divergenz des Strahlbündels erhöhen.

## Experimentelle Beobachtungen

Es wurden zwei zylindrische Kristalle mit angeschliffenen 90°-Prismen untersucht. Beide Kristalle waren saphir-ummantelt mit einem Kerndurchmesser von 0,25 Zoll und einer Länge von 3 Zoll. Der Resonator wurde durch einen planen dielektrischen Außenspiegel von 85% Reflexion vervollständigt. Alle Untersuchungen erfolgten in einer rotationselliptischen Pumpanordnung<sup>1</sup>. Beim ersten Kristall bilden Zylinderachse und optische Achse einen Winkel von 90° (im folgenden 90°-Kristall), beim zweiten Kristall bilden die Achsen einen Winkel von 60° (im folgenden 60°-Kristall). In den Grenzen technischer Genauigkeit wurden die Prismen so angeschliffen, daß die Dachkanten jeweils auf der Ebene senkrecht stehen, die aus optischer Achse und Zylinderachse gebildet wird. Betrachtet man die Kristalle durch ein Autokollimationsfernrohr, so beobachtet man mehrere Bilder mit geringer Winkelverschiebung. Da sich die einzelnen Bilder durch geeignete Wahl der Polarisationsebene eines Filters im Strah-

lengang jeweils auslöschen lassen und diese beiden Ebenen senkrecht aufeinander stehen, liegt die Vermutung nahe, daß es sich um ordentliche und außerordentliche Reflexionen handelt<sup>2</sup>.

Die in der Brennebene einer 500 mm-Linse aufgenommenen Fernfelder der beiden Laser (Abb. 1 \* und 2) bestätigen dies deutlich. Es läßt sich jeweils eine Stellung des GLAN-THOMPSON-Analysators so finden, daß entweder der zentrale Strahl oder aber die Seitenmaxima ausgelöscht werden. Die Teilung des zentralen Strahls und der Seitenmaxima des 60°-Kristalls in zwei Hälften beruht nicht auf Doppelbrechung, sondern auf einem geringen Fehlwinkel (<0,5 Bogenminuten) des 90°-Prismas.

Auch die Nahfeldaufnahmen (Vorderfläche des Kristalls) zeigen eine ähnliche Struktur (Abb. 3 und 4). Dabei ist ohne Einfluß, daß der 60°-Kristall wegen schlechter Qualität nicht im Zentrum anschwingt, obwohl er gut justiert wurde, wie das Fluoreszenzmaximum beweist. Alle Bilder wurden mit vertikaler Prismenkante aufgenommen. Ähnliche Beobachtungen sind auch von anderen Experimentatoren gemacht worden.

## Deutung der Beobachtungen

Sieht man von 0°-Kristallen ab, so ist die im Laser entstehende elektromagnetische Welle linear polarisiert. Die Polarisationsebene fällt mit der Ebene zusammen, die aus Zylinderachse und optischer Achse gebildet wird. Bei jeder Totalreflexion spaltet sich die Welle in zwei Komponenten auf, die senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene polarisiert

<sup>1</sup> D. Röss, Appl. Opt. 3, 259 [1964].

<sup>2</sup> W. E. K. GIBBS u. R. E. WHITCHER, Appl. Opt. 4, 1034 [1965].

\* Abb. 1–4 auf Tafel S. 1128 a, b.



sind. Beide erfahren bei der Reflexion unterschiedliche Phasensprünge. Im optisch isotropen Medium entsteht dadurch eine elliptisch polarisierte Welle. Im doppelt brechenden Rubin bilden sie einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl mit unterschiedlichen Ausbreitungsrichtungen. Lediglich für bestimmte Winkel zwischen Zylinderachse, optischer

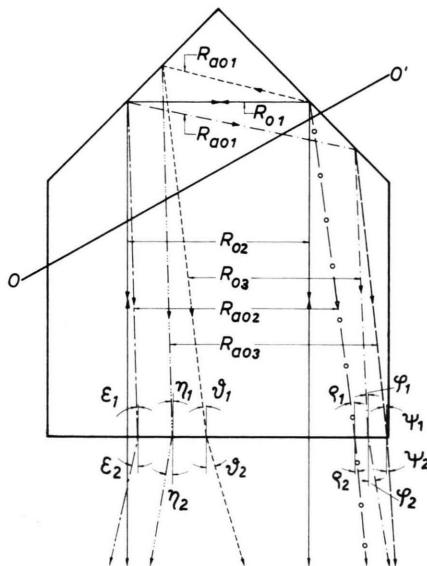


Abb. 5. Strahlenverlauf in einem  $60^\circ$ -Kristall  
(Winkel und Abmessungen nicht maßstabsmäßig).

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1,82', & \varepsilon_2 &= 24,96', & \eta_1 &= 3,06', & \eta_2 &= 18,25', \\ \vartheta_1 &= 17,82', & \vartheta_2 &= 31,40', & \varphi_1 &= 17,44', & \varphi_2 &= 6,90', \\ \varphi_1 &= 9,66', & \varphi_2 &= 17,00', & \psi_1 &= 24,34', & \psi_2 &= 19,17'. \end{aligned}$$

---


$$\begin{aligned} I_{o1} &= A^2[\sin^2(\gamma - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2)], \\ I_{ao1} &= A^2[\cos^2(\gamma - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2)], \\ I_{o2} &= A^2[(\sin^2(\alpha - \gamma) + \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))(\sin^2(\alpha + \gamma) - \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))], \\ I_{o3} &= A^2[(\cos^2(\alpha - \gamma) - \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))(\cos^2(\alpha + \gamma) + \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))], \\ I_{ao2} &= A^2[(\sin^2(\alpha - \gamma) + \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))(\cos^2(\alpha + \gamma) + \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))], \\ I_{ao3} &= A^2[(\cos^2(\alpha - \gamma) - \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))(\sin^2(\alpha + \gamma) - \sin 2\alpha \sin 2\gamma \sin^2(\sigma/2))], \end{aligned}$$


---

- $A^2$  = Intensität des einfallenden Strahles,  
 $\alpha$  = Winkel zwischen Dachkante des Prismas und Ebene aus optischer Achse und Zylinderachse,  
 $\beta$  = Winkel zwischen optischer Achse und Zylinderachse,  
 $\sigma$  = Phasendifferenz zwischen den parallel und senkrecht zur Einfallsfläche polarisierten Wellen nach Totareflexion,  
 $\Theta_i$  = Einfallsinkel bei Totalreflexion,  
 $\tan \gamma = \cos \alpha \tan \beta$ ,  
 $\tan(\sigma/2) = \cos \Theta_i [\sin^2 \Theta_i - 1/n^2]^{1/2} / \sin^2 \Theta_i$ .

Achse und Dachkante tritt keine Aufspaltung ein. Selbst geringe Abweichungen von diesen Winkeln, die sich in der Praxis kaum vermeiden lassen, wirken sich aber sehr störend aus. Ein einfacher Zusammenhang zwischen den Ausbreitungsrichtungen der außerordentlichen Strahlen und den Winkeln im Kristall läßt sich nicht angeben, da jeweils für jede Reflexion die Richtungen mit Hilfe des Ausbreitungsellipsoids berechnet werden müssen<sup>3</sup>. Dabei ist im allgemeinen die Reihenfolge der Reflexionen an den beiden Prismenflächen zu beachten. Abb. 5 zeigt als Beispiel die Verhältnisse in einem  $60^\circ$ -Kristall. Es wurde dabei angenommen, daß die optische Achse in der EinfallsEbene liegt. Für die Ausbildung von außerordentlichen Strahlen ist allerdings Voraussetzung, daß diese Bedingung nicht ganz erfüllt ist. Die Folge ist dann eine geringe Änderung der Winkel, so daß die außerordentlichen Strahlen nicht in der EinfallsEbene liegen. Im Fernfeld des  $60^\circ$ -Kristalls zeigt sich dies deutlich dadurch, daß die einzelnen Maxima nicht mehr auf einer Geraden liegen. Dieses Beispiel läßt auch erwarten, daß zumindest an der Austrittsfläche der Strahlen aus dem Kristall die außerordentlichen Strahlen nicht symmetrisch sind zum ordentlichen Strahl. Die Nahfeldaufnahmen des  $60^\circ$ -Kristalls bestätigen dies.

Die Intensität der einzelnen Strahlen läßt sich aus geometrischen Beziehungen berechnen. Dabei spielt die Reihenfolge der Reflexionen keine Rolle mehr. Es ergibt sich (s. a. Abb. 5) :

Diese Gleichungen gelten nicht für die Sonderfälle:  $\beta = 0^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ .

Abb. 6 und 7 zeigen die Verteilung der Intensitäten für die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen in den beiden Kristallen in Abhängigkeit von der Orientierung der Prismenkante. Dabei ist besonders zu beachten, daß bei  $90^\circ$ -Kristallen  $\alpha = 90^\circ$  ein singulärer Fall ist, da dann zwischen den beiden Reflexionen optische Achse und Ausbreitungsrich-

<sup>3</sup> M. BORN u. E. WOLF, Principles of Optics, Pergamon Press, London 1959.

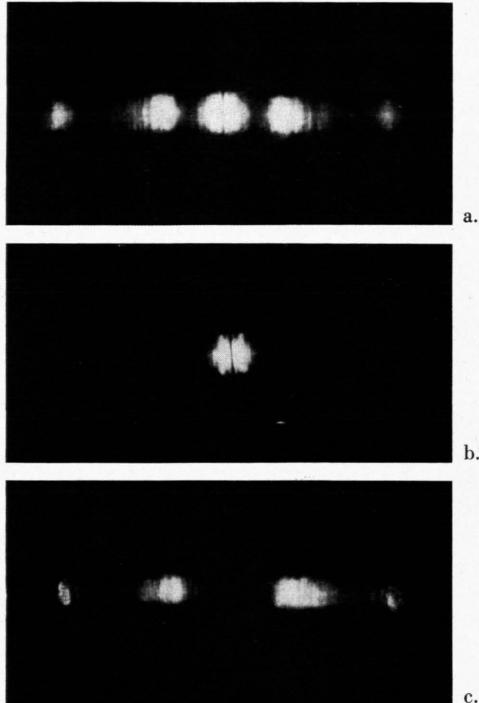


Abb. 1. Fernfeldaufnahmen des  $90^\circ$ -Kristalles. a. Zentralstrahl durch Polarisationsfilter geschwächt, b. Polarisationsebene des Filters parallel zur optischen Achse, c. Polarisationsebene des Filters senkrecht zur optischen Achse.

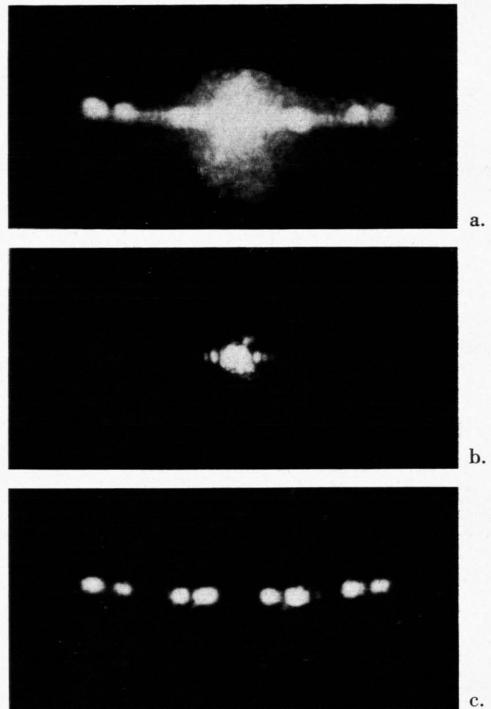
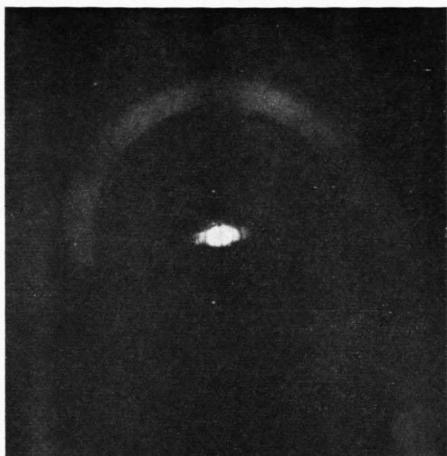
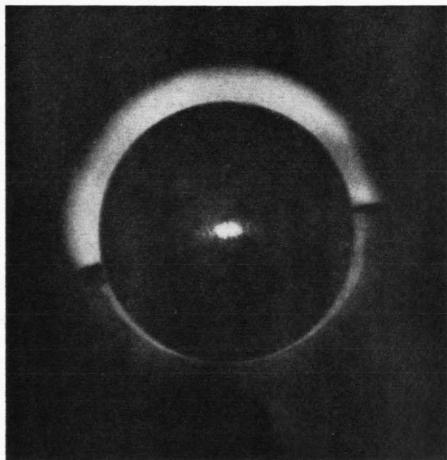


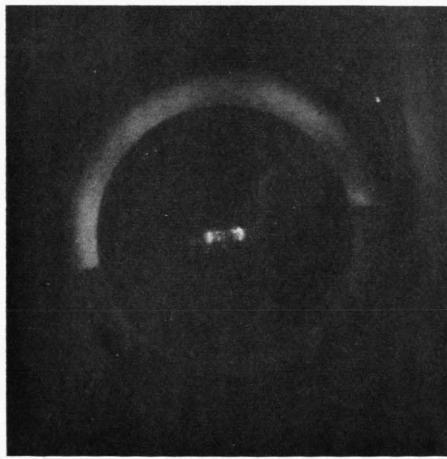
Abb. 2. Fernfeldaufnahmen des  $60^\circ$ -Kristalles. a. Ohne Polarisationsfilter, b. Polarisationsebene des Filters parallel zur optischen Achse, c. Polarisationsebene des Filters senkrecht zur optischen Achse.



a.

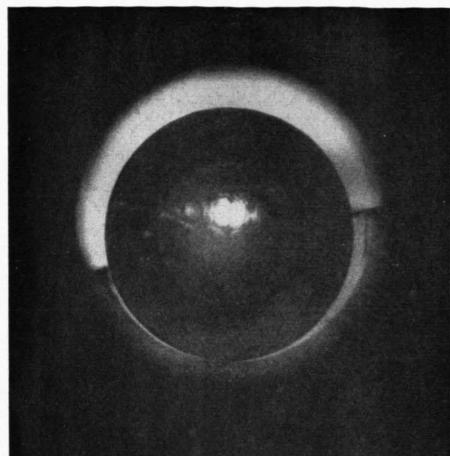


b.

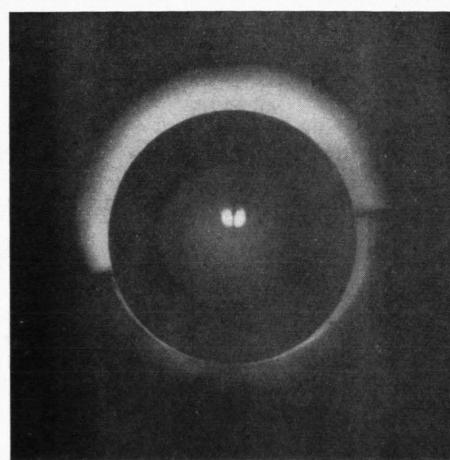


c.

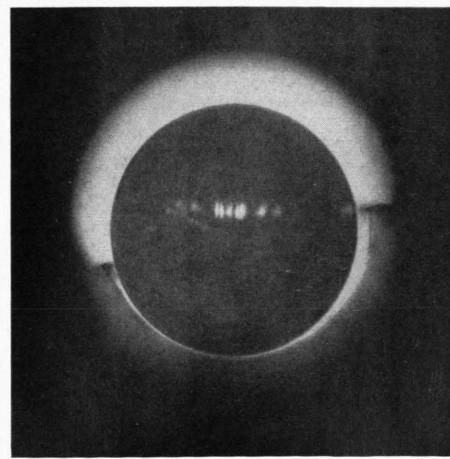
Abb. 3. Nahfeldaufnahmen des  $90^\circ$ -Kristalles. a. Ohne Polarisationsfilter, b. Polarisationsebene des Filters parallel zur optischen Achse, c. Polarisationsebene des Filters senkrecht zur optischen Achse.



a.



b.



c.

Abb. 4. Nahfeldaufnahmen des  $60^\circ$ -Kristalles. a. Ohne Polarisationsfilter, b. Polarisationsebene des Filters parallel zur optischen Achse, c. Polarisationsebene des Filters senkrecht zur optischen Achse.

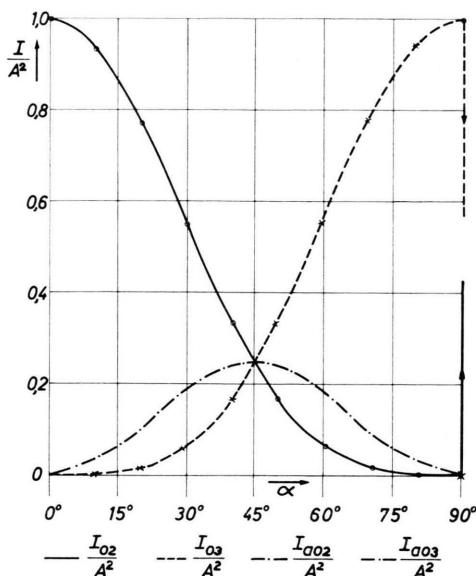


Abb. 6. Intensitätsverteilung der ordentlichen und außerordentlichen Strahlen bei einem  $90^\circ$ -Kristall.

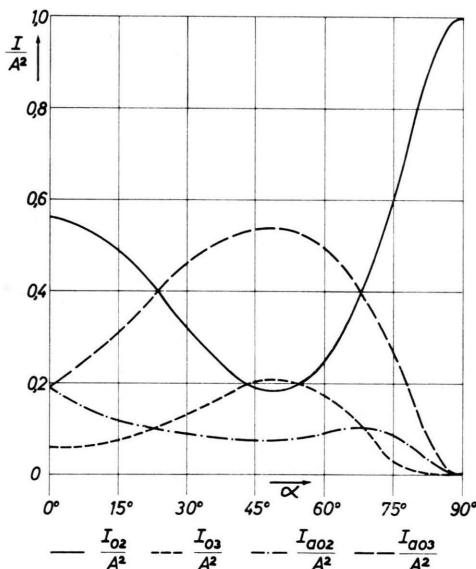


Abb. 7. Intensitätsverteilung der ordentlichen und außerordentlichen Strahlen bei einem  $60^\circ$ -Kristall.

tung des Strahles zusammenfallen. Erstaunlicherweise wurde bei dem gelieferten Kristall dieser Fall angestrebt, obwohl die Orientierung  $\alpha = 0^\circ$  sehr viel sinnvoller wäre. Das Auftreten außerordentlicher Strahlen zeigt, daß tatsächlich  $\alpha = 90^\circ$  nicht exakt erreicht wurde. Das Ergebnis ist, daß nach der ersten Reflexion fast die gesamte Energie in den  $R_{a01}$ -Strahl reflektiert wird. Bei der zweiten Reflexion geht diese

Energie zwar fast ausschließlich in den ordentlichen Strahl ( $R_{03}$ ) über, doch ist dieser nun nicht mehr parallel zur Zylinderachse. Es muß daher angenommen werden, daß bei diesem Kristall dies die Ursache für die Teilung des Zentralstrahls in zwei Hälften ist, zumal sich eine solche Teilung bei den außerordentlichen Strahlen nicht mehr nachweisen läßt. Beim  $60^\circ$ -Kristall ist hingegen die Intensität des  $R_{03}$ -Strahls so gering, daß sie nicht mehr nachgewiesen werden konnte.

### Schlußfolgerungen

Da die Übergangswahrscheinlichkeit der  $R_1$ -Linie im Rubin polarisiert ist, ist die Verstärkung außerordentlicher Strahlen verschwindend klein ( $\sim 1$ ), verglichen mit der ordentlicher Strahlen. Durch die Auskopplung eines Teils der Energie in außerordentliche Strahlen wird deshalb die Gesamtverstärkung herabgesetzt. Darüber hinaus erhöht diese ausgeteilte Energie die Divergenz des austretenden Strahlenbündels unerwünscht. Beim Anschleifen von  $90^\circ$ -Prismen an Rubin-Kristalle muß deshalb die Prismenkante innerhalb sehr enger Toleranzen wie folgt ausgerichtet werden:

1.  $90^\circ$ -Kristalle:  
 $\alpha = 0^\circ$ ,  
 $\alpha = 90^\circ$  ist zulässig, doch wirkt sich eine geringe Abweichung ungünstiger aus als bei  $\alpha = 0^\circ$ .
2.  $60^\circ$ -Kristalle:  
 $\alpha = 90^\circ$ .
3.  $0^\circ$ -Kristalle:  
 $\alpha$  beliebig, doch treten auch bei kleinsten Abweichungen von  $\beta = 0^\circ$  stets außerordentliche Strahlen auf, auf die sich im Durchschnitt 50% der Energie verteilt.

Es muß bezweifelt werden, daß sich mit angeschliffenen Prismen überhaupt befriedigende Ergebnisse erzielen lassen, zumal die Richtung der optischen Achse bei der derzeit üblichen Qualität der Kristalle nicht im ganzen Kristall völlig einheitlich ist, und zu befürchten ist, daß sich durch thermisches Verziehen des Kristalls während des Pumpens weitere Schwierigkeiten ergeben. Die beschriebenen Schwierigkeiten sprechen für die Verwendung von Außenprismen aus optisch isotropem Material. Bei der Justierung solcher Prismen muß aber nicht nur darauf geachtet werden, daß die Prismenkante symmetrisch im Strahlengang liegt und Reflexionen an der Prismenvorderfläche keine zusätzliche Auskoppe-

lung bedingen, sondern auch darauf, daß die Prismenkante mit der Ebene aus optischer und Laserachse einen Winkel von  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  bildet. Nur so wird vermieden, daß einfallendes Licht in zwei Komponenten aufspaltet, die dann wieder außerordentliche Strahlen im Rubin erzeugen. Da die Ausbreitungsrichtung beider Komponenten zwischen den beiden Reflexionen im optisch isotropen Medium gleich ist, ergeben sich unterschiedliche Richtungen nur im Rubin selbst. Die Brechung beim Austritt aus dem Rubin bewirkt dann, daß auch die außerordentlichen Strahlen parallel zu den ordentlichen aus dem Laser austreten. Bei einer solchen Anordnung wird also die Divergenz nicht erhöht, doch bleibt die Verminderung der Verstärkung in Abhängigkeit von der Orientierung der Prismenkante erhalten. Zwar ist von Vorteil, daß Außenprismen aus Glas beim Pumpen thermisch nicht belastet werden, doch bleibt die Gefahr, daß sich beim Pumpen der Rubin verzerrt und die daraus resultierende Drehung der Polarisationsebene wieder zur Ausbildung außerordentlicher Strahlen führt. Solche Schwierigkeiten dürften sich vor allem bei Impulsbetrieb störend bemerkbar machen. Einen Ausweg aus dieser Schwierigkeit bietet die Verwendung eines speziellen Prismas, das die Polarisationsebene einfallenden Lichtes unabhängig von deren Orientierung erhält<sup>4</sup>.

Es ist verschiedentlich vorgeschlagen worden, Laser-Resonatoren mit Katzenaugen (corner cubes)

aufzubauen<sup>5</sup>, weil diese innerhalb weiter Grenzen von der Winkelorientierung des Katzenauges unabhängig wären. Wie PECK<sup>6</sup> in seiner Arbeit zeigt, ergeben die Eigenvektoren der Polarisationsmatrix eines solchen Katzenauges aber stets elliptische Polarisation. Zwar wird auch gezeigt, daß die Eigenvektoren der Polarisationsmatrix eines Resonators aus einem Katzenauge und einem ebenen Spiegel zu linearer Polarisation führen, doch gilt dies nur für einen geschlossenen optischen Weg im Resonator. Zudem wird dabei die Polarisationsebene um einen vom Brechungsindex abhängigen Winkel gedreht. Es muß daraus der Schluß gezogen werden, daß solche Resonatoren für Rubin-Laser nicht geeignet sind, da sie, verglichen mit anderen Resonatoren, erheblich geringere Gesamtverstärkung aufweisen würden. Es erscheint deshalb auch nicht sinnvoll, die Intensität der ordentlichen und außerordentlichen Strahlen im einzelnen zu berechnen. Es sei noch darauf hingewiesen, daß die hier angestellten Betrachtungen für alle Laser-Typen gelten, deren Moden, aus was für Gründen immer, in bezug auf die Polarisation nicht degeneriert sind.

Herrn J. KINDER danke ich für anregende Diskussionen und Herrn Dr. D. Röss für kritische Durchsicht des Manuskriptes. Fräulein M. POTH und Herrn R. SEIF gebührt mein Dank für ihre Hilfe beim experimentellen Aufbau und bei der rechnerischen Auswertung der Gleichungen.

<sup>4</sup> F. HILLENKAMP, Ein totalreflektierendes Prisma für Laser-Resonatoren mit Erhaltung der Polarisationsebene, wird veröffentlicht.

<sup>5</sup> DAVID L. BOBROFF, Appl. Opt. 3, 1485 [1964].

<sup>6</sup> EDSON R. PECK, J. Opt. Soc. Amer. 52, 253 [1962].